

CALCOLO DELLE PROBABILITÀ
ESAME 12/2/2026

Esercizio 1. Da un insieme di 8 persone si deve formare un gruppo di 4.

- (1) In quanti modi si può scegliere il gruppo?
- (2) In quanti modi se due persone specifiche A e B non possono stare entrambe nel gruppo?
- (3) In quanti modi se almeno una tra A e B deve essere nel gruppo?
- (4) In quanti modi se A e B sono o entrambe presenti o entrambe assenti?

Esercizio 2. Un dado equilibrato viene lanciato ripetutamente finché non esce per la prima volta un numero maggiore o uguale a 5. Sia X la variabile aleatoria che indica il numero di lanci necessari.

- (1) Determinare la legge di X .
- (2) Calcolare $\mathbb{P}(X > 3)$.
- (3) Calcolare il valore atteso $\mathbb{E}[X]$.
- (4) Stabilire se vale la proprietà

$$\mathbb{P}(X = s + t | X > s) = \mathbb{P}(X = t) \quad \forall s, t \in \mathbb{N}$$

giustificando la risposta.

Esercizio 3. In una scatola ci sono tre palline rosse numerate 1, 2, 3, e due palline blu numerate 1, 2. Si estraggono due palline senza reinserimento. Si definiscano gli eventi: $A = \{\text{le due palline hanno lo stesso colore}\}$ e $B = \{\text{la somma dei numeri è pari}\}$.

- (1) Calcolare $\mathbb{P}(A)$.
- (2) Calcolare $\mathbb{P}(B)$.
- (3) Calcolare $\mathbb{P}(A | B)$.
- (4) Stabilire se gli eventi A e B sono indipendenti.

Esercizio 4. Sia X una variabile aleatoria continua con funzione di densità

$$f_X(x) = kx(1-x)\mathbf{1}_{[0,1]}(x).$$

- (1) Determinare la costante k .
- (2) Calcolare $\mathbb{P}(X \leq 0.5)$.
- (3) Calcolare il valore atteso $\mathbb{E}[X]$.
- (4) Calcolare la varianza $\text{Var}(X)$.